Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры

DOI: https://doi.org/10.24866/2227-6858/2021-3-2
УДК 681.326

А.Н. Жирабок, Ким Чхун Ир

ЖИРАБОК АЛЕКСЕЙ НИЛОВИЧ – д.т.н., профессор (автор, ответственный за переписку), SPIN: 8492-4471, ResearcherID: E-5036-2014, ORCID: 0000-0001-5927-7117, ScopusID: 7003985569, zhirabok.an@dvfu.ru
КИМ ЧХУН ИР – аспирант, kwillgoon@gmail.com
Политехнический институт
Дальневосточный федеральный университет
Владивосток, Россия

Метод построения виртуальных датчиков для нелинейных систем

Аннотация: Предлагается метод построения виртуальных датчиков в технических системах, описываемых нелинейными моделями, предназначенный для решения задач функционального диагностирования и управления. Виртуальные датчики строятся на основе наблюдателей Люенбергера. Задача решается в три этапа: на первом строится линейная модель, не чувствительная к возмущениям, на втором – проверяется возможность введения в нее нелинейной составляющей и возможность оценки заданной переменной вектора состояния, на третьем – обеспечивается устойчивость наблюдателя. Приводятся соотношения, позволяющие построить датчик минимальной размерности, оценивающий заданный компонент вектора состояния. Анализируется метод обеспечения устойчивости нелинейного наблюдателя.
Ключевые слова: нелинейные системы, наблюдатели, устойчивость, виртуальные датчики, минимальная размерность

Введение

Разнообразные датчики – неотъемлемые элементы современных сложных технических систем, в частности они используются для измерения компонентов вектора состояния системы при решении задач управления и диагностирования [1, 2], причем чем больше компонентов вектора состояния доступны для решения этих задач, тем проще получаемое решение. Введение с этой целью дополнительных датчиков может привести к неприемлемым затратам и не всегда реализуемо на практике, кроме того, датчики характеризуются сравнительно невысокой надежностью. Более перспективно использование так называемых виртуальных датчиков [3, 5], которые строятся на основе наблюдателей Люенбергера и в [3, 5] имеют размерность, совпадающую с размерностью исходной системы. В настоящей статье ставится и решается задача построения виртуальных датчиков минимальной размерности, оценивающих заданные компоненты вектора состояния нелинейных систем.

Для решения этой задачи используется так называемый логико-динамический подход, который успешно применен для решения задач диагностирования нелинейных систем [1]. Подход характерен тем, что не гарантирует достижения оптимального решения задачи в смысле размерности получаемых в результате решения систем, но оперирует только линейными методами даже для систем с недифференцируемыми нелинейностями.

Основные соотношения

Рассматриваются системы, описываемые нелинейным дифференциальным уравнением:

Статья: поступила: 21.06.2021; рецензия: 28.06.2021; финансирование: Дальневосточный федеральный университет.

$$\begin{aligned} &\dot{x}(t) = Fx(t) + Gu(t) + C\Psi(x(t),u(t)) + L\rho(t),\\ &y(t) = Hx(t), \end{aligned} \tag{1}$$

где $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R^m$ и $y(t) \in R^l$ – векторы состояния, управления и выхода соответственно; F, G и H – матрицы соответствующих размеров; C – матрица размера $n \times p$, L – известная матрица размера $n \times q$; $\rho(t) \in R^q$ – неизвестная функция времени, описывающая возмущения на систему; нелинейная составляющая имеет вид

$$\Psi(x(t),u(t)) = \begin{pmatrix} \varphi_1(A_1 x(t), u(t)) \\ \dots \\ \varphi_p(A_p x(t), u(t)) \end{pmatrix},$$

здесь $A_1,\dots,A_p$ – матрицы-строки; $\varphi_1,\dots,\varphi_p$ – нелинейные (возможно, недифференцируемые) функции.

Необходимо построить виртуальный датчик, оценивающий переменную $y_v(t) = H_v x(t)$ с заданной матрицей H_v; способ ее нахождения определяется рассматриваемой задачей. Например, наиболее благоприятным для реализации процедур диагностирования и управления является случай, когда все компоненты вектора состояния системы могут быть измерены. Тогда матрица H_v должна удовлетворять условию

$$\operatorname{rank}\begin{pmatrix} H \\ H_v \end{pmatrix} = n \cdot$$

В дальнейшем для простоты предполагается, что H_v – матрица-строка.

Решение рассматриваемой задачи состоит в построении нелинейного наблюдателя, оценивающего переменную $y_v(t)$ и, таким образом, выполняющего функцию виртуального датчика. Описание наблюдателя имеет вид

$$\begin{aligned} &\dot{x}_v(t) = F_* x_v(t) + J_* y_0(t) + G_* u(t) + C_* \Psi(x_v, y_0, u) + J_v r(t),\\ &y_*(t) = H_* x_v(t),\\ &y_v(t) = H_{*v} x_v(t) + Qy(t),\\ &r(t) = R_* y(t) - y_*(t), \end{aligned} \tag{2}$$

где $x_v(t)$ – вектор состояния наблюдателя, F_*, J_*, J_v, G_*, C_*, R_*, H_*, H_{*v}, Q – матрицы, подлежащие определению, $C_*\Psi(x_v, y_0, u)$ – нелинейная составляющая,

$$y_0(t) = H_0 x(t) = \begin{pmatrix} H \\ H_v \end{pmatrix} x(t) = \begin{pmatrix} y(t) \\ y_v(t) \end{pmatrix}.$$

Отметим, что переменная $y_*(t)$ в (2) необходима для формирования невязки $r(t)$ при обеспечении устойчивости наблюдателя.

В соответствии с логико-динамическим подходом решение задачи осуществляется в три этапа. На первом строится линейная модель, не чувствительная к возмущениям:

$$\begin{aligned} &\dot{x}_v(t) = F_* x_v(t) + J_* y_0(t) + G_* u(t),\\ &y_*(t) = H_* x_v(t), \end{aligned} \tag{3}$$

далее проверяется возможность введения в нее нелинейной составляющей $C_*\Psi(x_v, y_0, u)$ и возможность оценки переменной $y_v(t)$ на основе условия

$$y_v(t) = H_{*v} x_v(t) + Qy(t), \tag{4}$$

на последнем этапе ищется матрица J_v, обеспечивающая устойчивость наблюдателя.

Построение модели

Для получения решения на первом этапе матрицы F_* и H_* ищутся в каноническом виде

$$F_* = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}, \qquad H_* = (1 \quad 0 \quad 0 \quad \cdots \quad 0). \tag{5}$$

Предполагается, что после окончания переходного процесса векторы состояния $x(t)$ и $x_v(t)$ связаны матрицей Φ:

$$x_v(t) = \Phi x(t).$$

Известно, что матрицы, описывающие модель, удовлетворяют следующим уравнениям [1]:

$$R_* H = H_* \Phi, \qquad \Phi F = F_* \Phi + J_* H_0, \qquad G_* = \Phi G, \tag{6}$$

$$C_* = \Phi C, \qquad A' = A_* \begin{pmatrix} \Phi \\ H_0 \end{pmatrix}. \tag{7}$$

Последнее эквивалентно ранговому равенству

$$\operatorname{rank}\begin{pmatrix} \Phi \\ H_0 \end{pmatrix} = \operatorname{rank}\begin{pmatrix} \Phi \\ H_0 \\ A' \end{pmatrix}, \tag{8}$$

где матрица A' строится из тех строк матрицы A, номера $j_1, j_2, \ldots, j_d$ которых совпадают с номерами ненулевых столбцов произведения ΦC.

Решение задачи на первом этапе осуществляется на основе уравнения [1]:

$$(R_* \quad -J_{*1} \quad \ldots \quad -J_{*k})(V^{(k)} \quad L^{(k)}) = 0; \tag{9}$$

где

$$V^{(k)} = \begin{pmatrix} HF^k \\ H_0 F^{k-1} \\ \vdots \\ H_0 \end{pmatrix}, \qquad L^{(k)} = \begin{pmatrix} HL & HFL & \ldots & HF^{k-1}L \\ 0 & H_0 L & \ldots & H_0 F^{k-2} L \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ldots & 0 \end{pmatrix},$$

матрица $V^{(k)}$ обеспечивает построение модели (3), $L^{(k)}$ – нечувствительность ее к возмущениям. Уравнение (9) имеет нетривиальное решение, если выполняется условие

$$\operatorname{rank}(V^{(k)} \quad L^{(k)}) < l + (l+1)k. \tag{10}$$

Для построения модели из (10) определяется минимальная размерность k и из (9) строка $(R_* \quad -J_{*1} \quad \ldots \quad -J_{*k})$, затем на основе соотношений

$$R_* H = \Phi_1, \qquad \Phi_i F = \Phi_{i+1} + J_{*i} H_0, \qquad i = 1, \ldots, k-1, \qquad \Phi_k F = J_k H_0,$$

полученных из (5) и (6), строится матрица Φ, на чем заканчивается первый этап.

Для выполнения второго этапа представим уравнение $y_v(t) = H_{*v} x_v(t) + Qy(t)$ в виде

$$H_v x(t) = H_{*v} \Phi x(t) + QHx(t),$$

откуда следует

$$H_v = H_{*v}\Phi + QH = (H_{*v} \quad Q)\begin{pmatrix} \Phi \\ H \end{pmatrix}, \tag{11}$$

что эквивалентно равенству

$$\operatorname{rank}\begin{pmatrix}\Phi\\ H\end{pmatrix}=\operatorname{rank}\begin{pmatrix}\Phi\\ H\\ H_v\end{pmatrix}. \tag{12}$$

Выполнение условия (12) означает, что матрица-строка H_v может быть выражена через матрицу $\begin{pmatrix}\Phi\\ H\end{pmatrix}$, и построенная линейная модель будет оценивать заданную компоненту $y_v = H_v x$; матрицы H_{*v} и Q определяются из алгебраического уравнения (11).

Для проверки возможности преобразования построенной линейной модели в нелинейную рассчитывается матрица $C_* = \Phi C$, определяются номера $j_1, j_2,..., j_d$ ненулевых ее столбцов и по описанному выше правилу строится матрица A'. Далее проверяется условие (8), и при его выполнении строится нелинейная составляющая в виде

$$\Psi(x_v, y_0, u) = \begin{pmatrix}\varphi_{j_1}(A_{*j_1}x_v, y_0, u)\\ \cdots\\ \varphi_{j_d}(A_{*j_d}x_v, y_0, u)\end{pmatrix},$$

где матрицы-строки A_{*j_1}, A_{*j_2}, …, A_{*j_d} определяются из линейных алгебраических уравнений

$$A_j = A_{*j}\begin{pmatrix}\Phi\\ H_0\end{pmatrix},\qquad j = j_1, j_2,..., j_d .$$

Если хотя бы одно из условий (8) и (12) не выполняется, определяется другое решение уравнения (9) при прежней или увеличенной размерности k. Полагая, что условия (8) и (12) выполняются, примем $G_* = \Phi G$, на чем заканчивается процедура построения нелинейной модели (второй этап).

Построение наблюдателя

На третьем этапе для определения матрицы J_v, обеспечивающей устойчивость наблюдателя, введем ошибку по состоянию $e(t) = \Phi x(t) - x_v(t)$ и с учетом (1), (2) и (6) запишем и преобразуем уравнение для $\dot{e}(t)$:

$$\begin{aligned}\dot{e}(t) &= \Phi F x(t) + \Phi G u(t) + \Phi C \Psi(x(t), u(t)) -\\ &\quad - (F_* x_v(t) + J_* y_0(t) + G_* u(t) + C_* \Psi(x_v, y_0, u) + J_v(R_* y(t) - y_*(t))) =\\ &= F_*\Phi x(t) - F_* x_v(t) - J_v R_* H x(t) + J_v H_* x_v(t) + \Delta\Psi(t) =\\ &= F_*\Phi x(t) - J_v H_* \Phi x(t) - F_* x_v(t) + J_v H_* x_v(t) + \Delta\Psi(t) =\\ &= (F_* - J_v H_*)\Phi x(t) - (F_* - J_v H_*) x_v(t) + \Delta\Psi(t) = (F_* - J_v H_*) e(t) + \Delta\Psi(t),\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}\Delta\Psi(t) &= C_*\Psi(x(t), u(t)) - C_*\Psi(x_v(t), y_0(t), u(t)) =\\ &= C_*\Psi(\Phi x(t), y_0(t), u(t)) - C_*\Psi(x_v(t), y_0(t), u(t)).\end{aligned}$$

Существует ряд подходов к выбору матрицы J_v [4], рассмотрим один из них, предполагая, что функция $\Psi(x,u)$ удовлетворяет условию Липшица по аргументу x, т.е.

$$\|\Psi(x,u) - \Psi(x',u)\| \le N\|x - x'\|, \tag{13}$$

$N > 0$ – некоторая константа. Тогда функция $\Delta\Psi(t)$ также удовлетворяет этому условию с некоторой константой $N_* > 0$:

$$\|\,\Delta\Psi(t)\,\| \le N_*\,\|\,e(t)\,\|. \tag{14}$$

Известно, что если пара (F_*, H_*) наблюдаема, то существует такая матрица J_v, что $F_{**} = F_* - J_v H_*$ устойчива. Из канонической формы (5) с очевидностью следует наблюдаемость пары (F_*, H_*) и, следовательно, существование матрицы J_v, обеспечивающей устойчивость матрицы F_{**}. Из устойчивости этой матрицы также следует, что существуют симметрические положительно определенные матрицы P и W, такие, что

$$F_{**}^{\mathrm{T}} P + P F_{**} = -W. \tag{15}$$

Рассмотрим функцию Ляпунова $V(t) = e^{\mathrm{T}}(t) P e(t)$ и найдем ее производную с учетом (14) и (15):

$$\begin{aligned}
\dot V(t) &= (F_{**} e(t) + \Delta\Psi(t))^{\mathrm{T}} P e(t) + e^{\mathrm{T}}(t) P (F_{**} e(t) + \Delta\Psi(t)) = \\
&= e^{\mathrm{T}}(t)(F_{**}^{\mathrm{T}} P + P F_{**}) e(t) + 2 e^{\mathrm{T}}(t) P \Delta\Psi(t) = \\
&= -e^{\mathrm{T}}(t) W e(t) + 2 e^{\mathrm{T}}(t) P \Delta\Psi(t) \le \\
&\le -\| e(t) \|^2 \lambda_{\min}(W) + 2 \| e^{\mathrm{T}}(t) P \Delta\Psi(t) \| \le \\
&\le -\| e(t) \|^2 \lambda_{\min}(W) + 2 \| e(t) \|^2 \lambda_{\max}(P) N_*,
\end{aligned}$$

где $\lambda_{\min}(W)$ – минимальное собственное число матрицы W, $\lambda_{\max}(P)$ – максимальное собственное число матрицы P. Из последнего выражения ясно, что если

$$N_* < \frac{\lambda_{\min}(W)}{2\lambda_{\max}(P)},$$

то $\dot V(t) < 0$, т.е. наблюдатель устойчив.

Будем искать J_v в виде $J_v = (a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_k)^{\mathrm{T}}$. Тогда

$$F_* - J_v H_* = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} - J_v (1 \quad 0 \quad 0 \quad \cdots \quad 0) = \begin{pmatrix} -a_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -a_2 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ -a_3 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ -a_k & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}.$$

Коэффициенты $a_1, a_2, \dots, a_k$ связаны с собственными числами $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$ матрицы $F_* - J_v H_*$ известными соотношениями:

$$a_1 = -(\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_k), \quad a_2 = \lambda_1\lambda_2 + \lambda_1\lambda_3 \dots + \lambda_{k-1}\lambda_k, \ \dots, \ a_1 = (-1)^k \lambda_1\lambda_2 \dots \lambda_k.$$

Исходя из заданных требований к качеству переходного процесса, можно выбрать собственные числа $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$ и определить коэффициенты $a_1, a_2, \dots, a_k$.

Заключение

Итак, нами предложен метод построения виртуальных датчиков для технических систем, описываемых нелинейными моделями. Метод предназначен для оценки неизменяемых компонентов вектора состояния. Кроме того, такой датчик может быть использован в качестве замены реального отказавшего датчика. Достоинством виртуальных датчиков является их высокая надежность, определенным недостатком – жесткие требования к быстродействию процессора, на которых они будут реализованы. Учитывая характеристики современных процессоров и тенденции их развития, можно считать, что этот недостаток не является критическим по сравнению с достоинством – высокая надежность востребована всегда.

Заявленный вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.
Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жирабок А.Н., Зуев А.В., Шумский А.Е. Метод идентификации дефектов в нелинейных системах на основе скользящих наблюдателей // Известия РАН. Теория и системы управления. 2021. № 1. С. 11–23.
2. Мироновский Л.А. Функциональное диагностирование динамических систем. М.; СПб.: МГУ-ГРИФ, 1998. 256 с.
3. Blanke M., Kinnaert M., Lunze J., Staroswiecki M. Diagnosis and fault tolerant control. Berlin, Springer-Verlag, 2003, 571 p.
4. Misawa E.A., Hedrick J.K. Nonlinear observers – a state of the art survey. Journal of Dynamic Systems, Measurements and Control. 1989;111:344–352.
5. Witczak M. Fault diagnosis and fault-tolerant control strategies for non-linear systems. Berlin, Springer, 2014.

FEFU: SCHOOL of ENGINEERING BULLETIN. 2021. N 3/48
Dynamics, Durability of Machines, Instruments and Equipment www.dvfu.ru/en/vestnikis

DOI: https://doi.org/10.24866/2227-6858/2021-3-2

Zhirabok A., Kim Chkhun Ir

ALEXEY ZHIRABOK, Doctor of Engineering Sciences, Professor (Corresponding Author), ResearcherID: E-5036-2014, ORCID: 0000-0001-5927-7117,
ScopusID: 7003985569, zhirabok.an@dvfu.ru
KIM CHKHUN IR, Postgraduate Student, kwillgoon@gmail.com
Polytechnic Institute*, Far Eastern Federal University*
Vladivostok, Russia

Methods of virtual sensors design for nonlinear systems

Abstract: The problem of virtual sensor design for systems described by nonlinear models to solve the problems of fault diagnosis and control is proposed. Virtual sensors are designed based on Luenberger observers. The problem is solved in three steps: in the first step, the linear model invariant with respect to the disturbance is designed; in the second step, a possibility to take into account the nonlinear term and to estimate the given variable is checked; and finally, stability of the observer is obtained. The relations allowing to design a virtual sensor with minimal dimension estimating the given component of the state vector of the system are obtained. The method to ensure stability of the observer is analyzed.
Keywords: nonlinear systems, observers, stability, virtual sensors, minimal dimension

Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article.
The authors declare no conflicts of interests.

REFERENCES

1. Zhirabok A.N., Zuev A.V., Shumsky A.E. Methods of fault identification in nonlinear dynamic systems based on sliding mode observers. J. of Computer and Systems Sciences International. 2021(1):9–21.
2. Mironovsky L.A. Functional diagnosis of dynamic systems. M., Moscow State Univ., 1998, 256 p.
3. Blanke M., Kinnaert M., Lunze J., Staroswiecki M. Diagnosis and fault tolerant control. Berlin, Springer-Verlag, 2003.
4. Misawa E.A., Hedrick J.K. Nonlinear observers – a state of the art survey. Journal of Dynamic Systems, Measurements and Control. 1989;111:344–352.
5. Witczak M. Fault diagnosis and fault-tolerant control strategies for non-linear systems. Berlin, Springer, 2014.